

## MATEMÁTICA DISCRETA, 2020-2021

1. El generador lineal congruencial (GLC) es un algoritmo que nos permite construir una sucesión de números pseudoaleatorios. Estos números pseudoaleatorios se generan a partir de la siguiente ecuación de recurrencia:

$$x_{n+1} \equiv ax_n + b \pmod{m}$$

donde  $x_i, a, b \in \mathbb{Z}$ . Al dato inicial  $x_0$  se le llama semilla.

Para  $m = 17$ ,  $a = 5$  y  $b = 11$  hallar la sucesión de números pseudoaleatorios que genera la semilla  $x_0 = 2$ , esto es, calcular  $[x_1]_{17}, [x_2]_{17}, \dots$

2. Resuelve el siguiente sistema de congruencias lineales

$$\begin{cases} -2x \equiv 8 \pmod{11} \\ 4x \equiv -3 \pmod{7} \\ 5x \equiv 10 \pmod{12} \\ 7x \equiv 6 \pmod{16} \\ 3x \equiv 10 \pmod{14} \end{cases}$$

3. Se definen los números de Stirling de segunda especie,  $S(n, k)$ , como el número de maneras posibles de realizar una partición de un conjunto de  $n$  elementos en  $k$  partes. Siguen la siguiente ecuación de recurrencia:

$$S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k)$$

donde  $S(m, m) = S(m, 1) = 1$ . Hallar el número de relaciones de equivalencia distintas que se pueden realizar sobre un conjunto de cinco elementos.

4. (a) Demostrar, por inducción,

$$\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n-2} + \binom{n}{n-1} + \binom{n}{n} = 2^n$$

- (b) Sea

$$\mathcal{P}(A) := \{X \mid X \subset A\}$$

el conjunto partes de  $A$  que contiene todos los subconjuntos de  $A$ . Por ejemplo, si

$$A = \{1, 2, 3\}$$

entonces

$$\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

Si  $\text{card}(A) = n$ , hallar  $\text{card}(\mathcal{P}(A))$ .

5. Se considera el grafo  $G$  que tiene por matriz de adyacencia:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Se pide:

- (a) Demostrar que el grafo es conexo, construyendo un árbol recubridor mediante la búsqueda en profundidad.
- (b) Estudiar si el grafo admite un ciclo o circuito Euleriano o Hamiltoniano y en caso afirmativo hallarlos.
- (c) Responder a la pregunta anterior si se añade una arista entre el vértice 3 y el vértice 5.